**Examenul național de bacalaureat 2026**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_şt-nat***

**Simulare**

***Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii***

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

**5p** **1.** Determinați termenul $a_4$ al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, în care $a_1=2$ și $a_3=14$.

**5p** **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax+3$, unde $a$ este număr real. Determinați numărul real $a$ pentru care $f(0)+(f\circ f)(0)=0$.

**5p** **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^x-4\cdot 5^{x-2}=105$.

**5p** **4.** Determinați câte numere naturale impare, de trei cifre distincte, se pot forma cu cifre din mulțimea $A=\{1,2,3,9\}$.

**5p** **5.** În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $A(1,0)$ și $B(5,4)$ și dreapta $d$ de ecuație $2x+ay=0$, unde $a$ este număr real. Determinați numărul real $a$ pentru care mijlocul segmentului $AB$ aparține dreptei $d$.

**5p** **6.** Se consideră triunghiul $ABC$, dreptunghic în $A$, cu $BC=12$ și $C=\frac{\pi}{6}$. Punctul $M$ aparține segmentului $AC$ astfel încât $3AM=AC$. Arătați că $BM=4\sqrt{3}$.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & a\\ -a & 1-a\end{pmatrix}$, unde $a$ este număr real.

**5p** **a)** Arătați că $\det(A(1))=1$.

**5p** **b)** Arătați că $A(a+b)-A(a)\cdot A(b)=abA(1)$, pentru orice numere reale $a$ și $b$.

**5p** **c)** Determinați numerele reale $a$ pentru care $2A(2a)-A(a)\cdot A(a)-A(1)\cdot A(2a-1)=2A(1)$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=\frac{1}{6}(x-5)(y-5)+5$, cu elementul neutru $e=11$.

**5p** **a)** Arătați că $7\circ 8=6$.

**5p** **b)** Determinați numerele reale $x$ pentru care $x\circ(6x-1)=10$.

**5p** **c)** Determinați numerele naturale $n$, $n\neq 5$, ale căror simetrice în raport cu legea de compoziție „$\circ$” sunt numere naturale pare.

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x}-1+4\ln(x+3)$.

**5p** **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{(x-1)(4x+3)}{x^2(x+3)}$, $x\in(0,+\infty)$.

**5p** **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 1}\frac{4\ln(x+3)-f(x)}{\ln x}=1$.

**5p** **c)** Demonstrați că $\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}\geq 4\ln\frac{x+3}{x^2+3}$, pentru orice $x\in(0,1]$.

**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x^2+4x)e^{-x}$.

**5p** **a)** Arătați că $\int_0^3 f(x)e^x\,dx=27$.

**5p** **b)** Arătați că $\int_{-1}^{0} \frac{f(x)}{x+4}dx = -1$.

**5p** **c)** Se consideră funcția $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{f\left(x^2\right)}{x^2}$. Demonstrați că orice primitivă $G:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcției $g$ este concavă.

**Examenul național de bacalaureat 2026**
**Proba E. c)**

**Matematică *M_şt-nat***

**BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE**

**Simulare**

***Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii***

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $2r = a_3 - a_1$, de unde obținem $r = 6$, unde $r$ este rația progresiei aritmetice | **3p** |
| | $a_4 = a_3 + r$, deci $a_4 = 14 + 6 = 20$ | **2p** |
| **2.** | $f(0) = 3$, $(f \circ f)(0) = f(3) = 3a + 3$, pentru orice număr real $a$ | **3p** |
| | $3 + 3a + 3 = 0$, de unde obținem $a = -2$ | **2p** |
| **3.** | $5^{x-2} \cdot 21 = 105$, de unde obținem $5^{x-2} = 5$ | **3p** |
| | $x - 2 = 1$, de unde obținem $x = 3$ | **2p** |
| **4.** | Cifra unităților se poate alege în $3$ moduri | **2p** |
| | Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor se poate alege în câte $3$ moduri și, pentru fiecare alegere a cifrei unităților și cifrei zecilor, cifra sutelor se poate alege în câte $2$ moduri, deci se pot forma $3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$ numere | **3p** |
| **5.** | $M(3,2)$ este mijlocul segmentului $AB$ | **3p** |
| | $2 \cdot 3 + a \cdot 2 = 0$, de unde obținem $a = -3$ | **2p** |
| **6.** | $AB = 6$, $AC = 6\sqrt{3}$ | **2p** |
| | $AM = 2\sqrt{3}$ și, cum $BM^2 = AM^2 + AB^2 = 48$, obținem $BM = 4\sqrt{3}$ | **3p** |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | $A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 - 1 \cdot (-1) =$ | **3p** |
| | $= 0 + 1 = 1$ | **2p** |
| **b)** | $A(a+b) - A(a) \cdot A(b) = \begin{pmatrix} 1 & a+b \\ -a-b & 1-a-b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1-ab & b+a-ab \\ -a-b+ab & -ab+1-a-b+ab \end{pmatrix} =$ | **3p** |
| | $= \begin{pmatrix} ab & ab \\ -ab & 0 \end{pmatrix} = abA(1)$, pentru orice numere reale $a$ și $b$ | **2p** |
| **c)** | $A(2a) - A(a) \cdot A(a) = a^2 A(1)$, $A(2a) - A(1) \cdot A(2a-1) = (2a-1)A(1)$, $2A(2a) - A(a) \cdot A(a) - A(1) \cdot A(2a-1) = (a^2 + 2a - 1)A(1)$, pentru orice număr real $a$ | **2p** |
| | $(a^2 + 2a - 1)A(1) = 2A(1)$, de unde obținem $a^2 + 2a - 1 = 2$, deci $a = -3$ sau $a = 1$ | **3p** |
| **2.a)** | $7 \circ 8 = \frac{1}{6}(7-5)(8-5) + 5 =$ | **3p** |
| | $= 1 + 5 = 6$ | **2p** |
| **b)** | $x \circ (6x-1) = x^2 - 6x + 10$, pentru orice număr real $x$ | **3p** |
| | $x^2 - 6x + 10 = 10$, de unde obținem $x = 0$ sau $x = 6$ | **2p** |
| **c)** | $n \circ n' = n' \circ n = 11$, unde $n'$ este simetricul lui $n$, de unde obținem $(n-5)(n'-5) = 36$ | **2p** |
| | Cum $n$ și $n'$ sunt numere naturale, $n \neq 5$ și $n'$ este număr par, obținem $n = 9$, $n = 17$ și $n = 41$ | **3p** |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | $f'(x)=\frac{-1}{x^2}+\frac{4}{x+3}=$ | **3p** |
| | $=\frac{4x^2-x-3}{x^2(x+3)}=\frac{(x-1)(4x+3)}{x^2(x+3)}$, $x\in(0,+\infty)$ | **2p** |
| **b)** | $\lim\limits_{x\to 1}\frac{4\ln(x+3)-f(x)}{\ln x}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{-\frac{1}{x}+1}{\ln x}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{\left(-\frac{1}{x}+1\right)'}{(\ln x)'}=$ | **3p** |
| | $=\lim\limits_{x\to 1}\frac{\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x}}=1$ | **2p** |
| **c)** | $f'(x)=0\Leftrightarrow x=1$; pentru orice $x\in(0,1]$, $f'(x)\le 0$, deci $f$ este descrescătoare pe $(0,1]$ | **2p** |
| | Cum $x\in(0,1]\Rightarrow x\ge x^2$, rezultă că $f(x)\le f(x^2)$, de unde obținem $\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}\ge 4\ln\frac{x+3}{x^2+3}$, pentru orice $x\in(0,1]$ | **3p** |
| **2.a)** | $\int_0^3 f(x)e^x dx=\int_0^3\left(x^2+4x\right)dx=\left(\frac{x^3}{3}+2x^2\right)\Big\vert_0^3=$ | **3p** |
| | $=9+18=27$ | **2p** |
| **b)** | $\int_{-1}^0\frac{f(x)}{x+4}dx=\int_{-1}^0 xe^{-x}dx=\int_{-1}^0 x\left(-e^{-x}\right)'dx=-xe^{-x}\Big\vert_{-1}^0-e^{-x}\Big\vert_{-1}^0=$ | **3p** |
| | $=-e-1+e=-1$ | **2p** |
| **c)** | $G'(x)=g(x)=\left(x^2+4\right)e^{-x^2}$, $x\in(0,+\infty)$, deci $G''(x)=\left(x^2+4\right)'e^{-x^2}+\left(x^2+4\right)\left(e^{-x^2}\right)'=$ | **3p** |
| | $=2xe^{-x^2}+\left(x^2+4\right)(-2x)e^{-x^2}=-2x\left(x^2+3\right)e^{-x^2}\le 0$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$, deci funcția $G$ este concavă | **2p** |